

Sejsmika refleksyjna

W sejsmice refleksyjnej mierzy się czas dojścia do odbiornika fali odbitej od granicy dwóch warstw różniących się twardością akustyczną

Jest stosowana głównie do badania sekwencji skał osadowych o niewielkim kącie upadu. Zmiany prędkości fal z głębokością są w takim przypadku dużo bardziej znaczące niż poziome zmiany prędkości związane ze zmianami facjalnymi poszczególnych sekwencji.

Podstawowy model sejsmiki refleksyjnej zakłada istnienie przedziałów głębokości o charakterystycznych prędkościach fal, tzw. prędkościach interwałowych, które mogą być stałe wewnątrz homogenicznej jednostki geologicznej lub uśrednione w interwale zawierającym więcej niż jedną jednostkę geologiczną. Prędkość interwałowa może więc być równa:

$$V_i = \frac{z_i}{\tau_i}$$

gdzie: z_i - miąższość i-tej warstwy

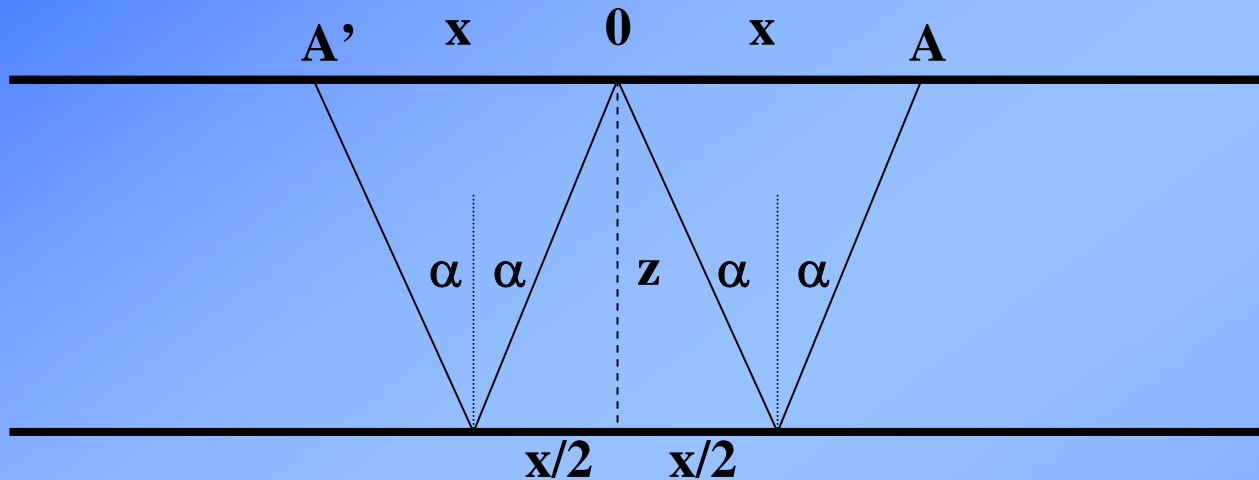
τ_i - czas potrzebny fali na przejście przez warstwę

lub:

$$V_i = \frac{\sum_{k=1}^n z_k}{\sum_{k=1}^n \tau_k} = \frac{\sum_{k=1}^n V_k \cdot \tau_k}{\sum_{k=1}^n \tau_k}$$

gdy interwał głębokościowy obejmuje n warstw.

Pojedyncza pozioma granica odbijająca



czas dojścia fali z punktu 0 do A lub A' jest równy:

$$t(x) = \frac{2 \cdot \sqrt{z^2 + \frac{x^2}{4}}}{v} = \frac{\sqrt{x^2 + 4z^2}}{v}$$

Równanie można także przedstawić w postaci kanonicznej:

$$\frac{V^2 t^2}{4z^2} - \frac{x^2}{4z^2} = 1$$

Jest to równanie hiperboli symetrycznej względem osi czasu której wierzchołek ma współrzędne:

$$\left\{ H : \left(x_0 = 0, \quad t_0 = \frac{2z}{V} \right) \right\}$$

Równanie hodografu można zapisać w postaci:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V^2}$$

lub:

$$t = t_0 \left[1 + \left(\frac{x}{Vt_0} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{2z}{V} \left[1 + \left(\frac{x}{2z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Korzystając ze wzoru:

$$(1+y)^\alpha = 1 + ay + \frac{a(a-1)}{2!}y^2 + \dots + \frac{a(a-1)\dots(a-n+1)}{n!}y^n + \dots$$

i przyjmując

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad y = \left(\frac{x^2}{V^2 t_0^2} \right)^{1/2} = \frac{x}{2z}$$

równanie hodografu można rozwinąć w szereg potęgowy:

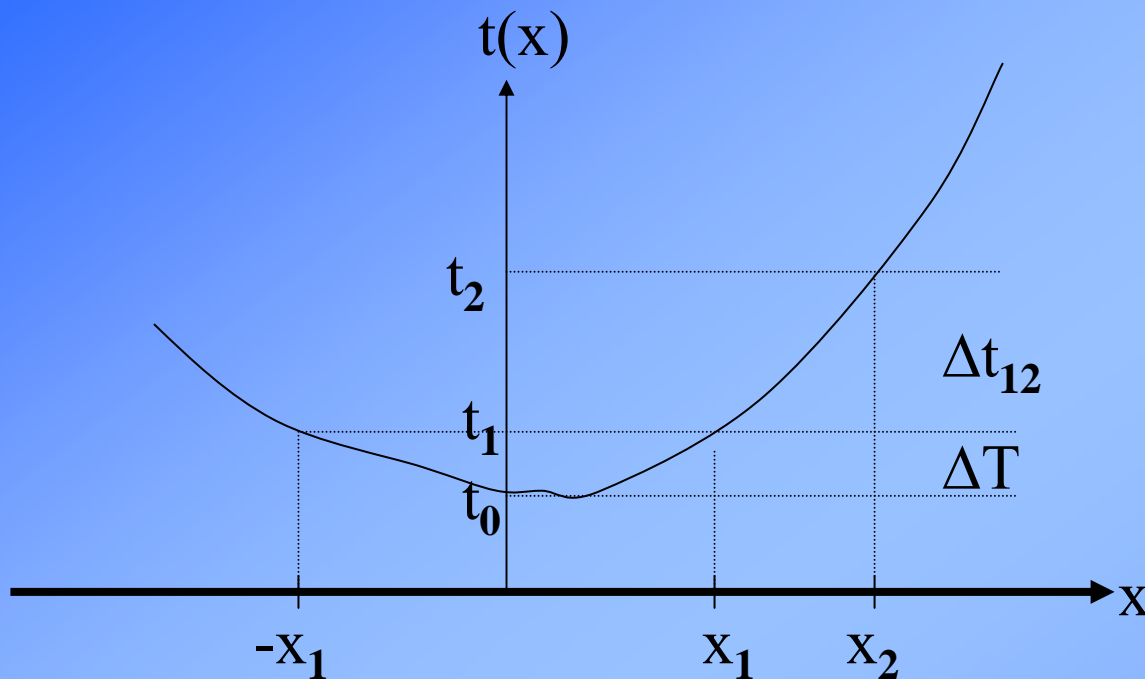
$$t = t_0 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2z} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{x}{2z} \right)^4 + \dots \right)$$

Jeśli długość rozstawu jest dużo mniejsza od głębokości granicy ($x \gg z$) wówczas można zaniedbać wyrazy wyższych rzędów.

Otrzymamy wtedy przybliżoną zależność:

$$t \approx t_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{Vt_0} \right)^2 \right]$$

będącą równaniem paraboli. Oznacza to, że dla małych x hiperbola może być przybliżona wycinkiem paraboli.



Na podstawie ostatniego równania możemy zdefiniować następujące pojęcie:

$$\Delta t_{ij} = t_i - t_j \approx \frac{x_i^2 - x_j^2}{2V^2 t_0}$$

zwane przesunięciem (moveout) oraz poprawką kinematyczną (normal moveout - NMO) :

$$\Delta T_N(x) = t(x) - t_0 = \frac{x^2}{2V^2 t_0}$$

Dla płytszych granic trzeba uwzględnić trzeci człon szeregu, wówczas:

$$\Delta T_N(x) = \frac{x^2}{2V^2 t_0} - \frac{x^4}{8t_0^3 V^4}$$

Poprawka kinematyczna ΔT jest funkcją odległości detektora, prędkości fali oraz głębokości zalegania granicy odbijającej.

Wyznaczenie tej wartości z hodografu pozwala na obliczenie prędkości fali:

$$V \approx \frac{x}{\sqrt{2t_0 \Delta T_N(x)}}$$

a następnie głębokości zalegania granicy :

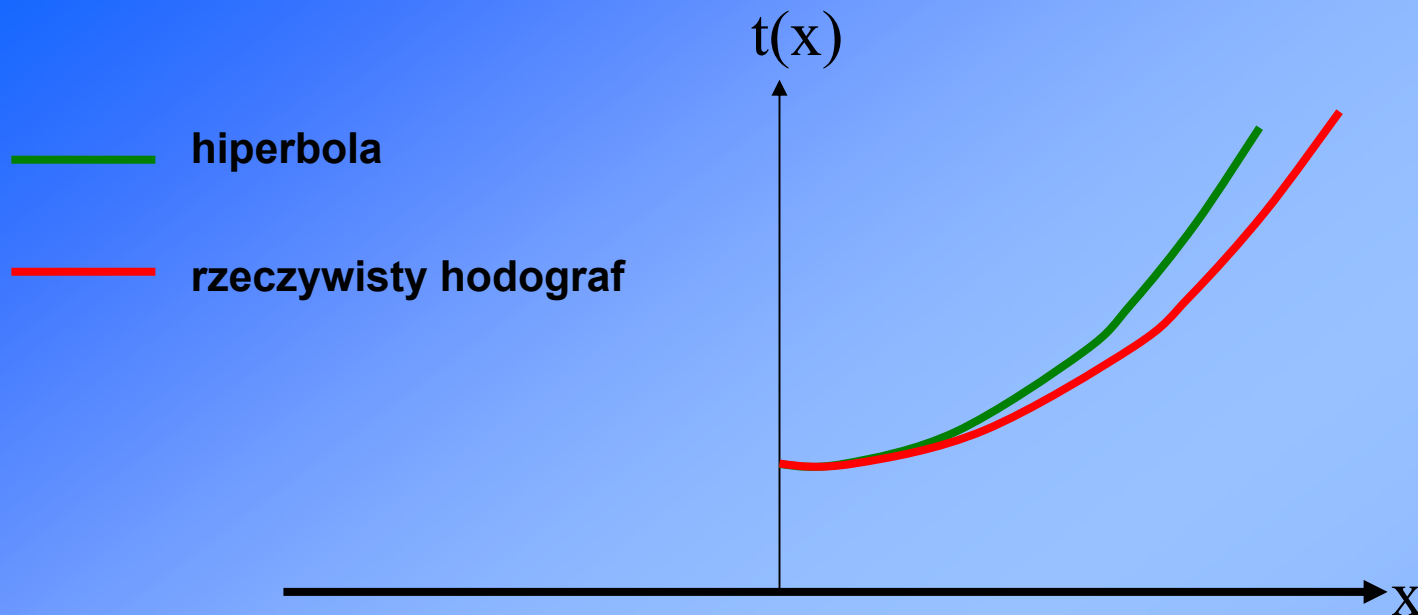
$$Z = \frac{Vt_0}{2}$$

Model wielowarstwowy z poziomymi granicami

W modelu wielowarstwowym odbicie zachodzi na granicy każdej warstwy. Dla rozstawów pomiarowych małych w porównaniu z głębokością granicy odbijającej hodograf nadal ma postać hiperboli, jednak prędkość fali dla układu wielowarstwowego zastępuje się prędkością średnią lub w dokładniejszych metodach interpretacji prędkością średniokwadratową:

$$V_{RMS} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n V_i^2 \tau_i}{\sum_{i=1}^n \tau_i} \right]^{1/2}$$

τ_i – czas przejścia fali przez i-tą warstwę



Odchylenie rzeczywistego hodografu od hiperboli zwiększa się ze wzrostem x . Dla $x \ll z$ czas dojścia fali odbitej od n -tej granicy zalegającej na głębokości z jest w przybliżeniu równy:

$$t_n \approx \frac{(x^2 + 4z^2)^{1/2}}{V_{RMS}}$$

a poprawka kinematyczna ΔT :

$$\Delta T_n = \frac{x^2}{2V_{RMS}t_{0n}}$$

Na podstawie wartości ΔT_n można wyznaczyć prędkość średniokwadratową dla serii n warstw. Wyznaczając V_{RMS} dla sąsiednich granic odbijających można wyznaczyć prędkości interwałowe:

$$V_n = \left[\frac{V_n^2 t_n - V_{n-1}^2 t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right]^{1/2}$$

Indeksy n i $n-1$ oznaczają czas dojścia i prędkość średniokwadratową fal odbitych od n -tej i $n-1$ -szej granicy.

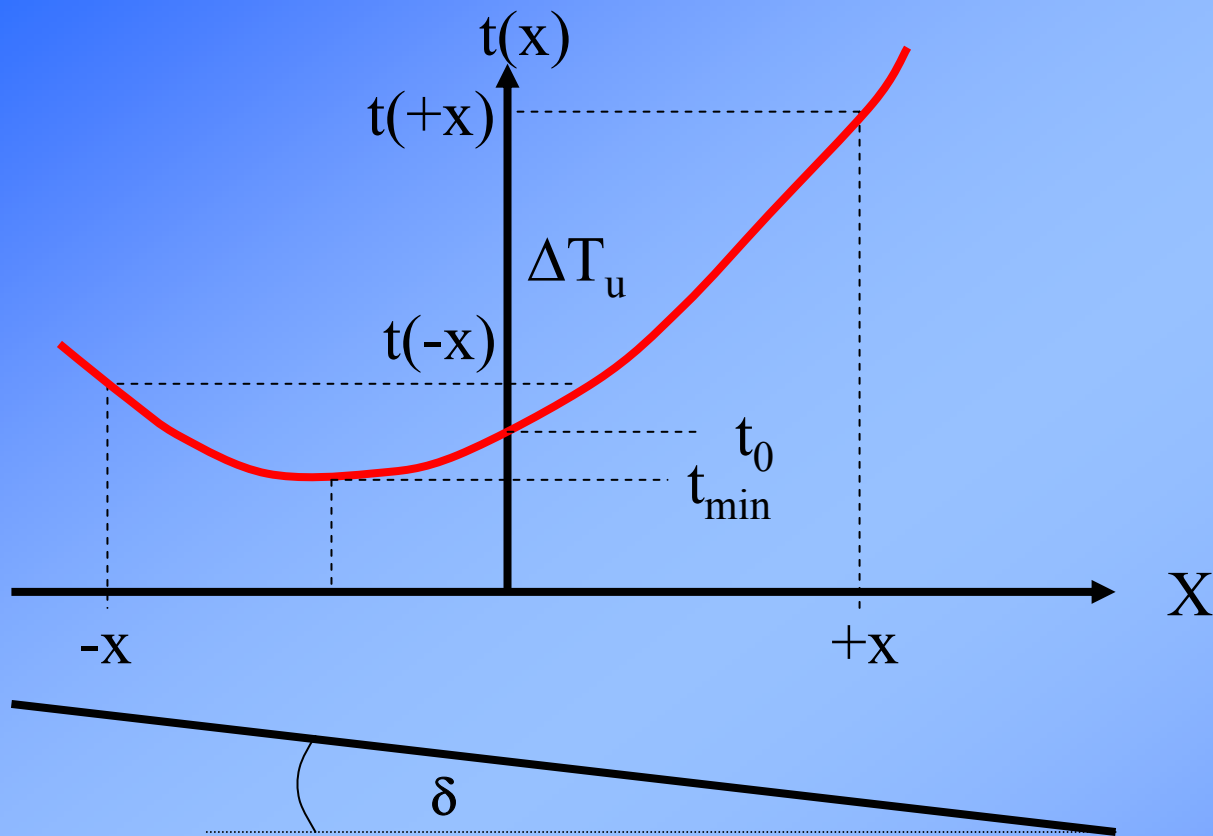
Pojedyncza nachylona granica odbijająca

W przypadku nachylonej granicy odbijającej w równaniu hodografu występuje dodatkowy człon zależny od kąta upadu granicy δ .

$$t = \frac{\sqrt{(x^2 + 4z) + 4xz \sin \delta}}{V}$$

Równanie hodografu w postaci kanonicznej:

$$\frac{V^2 t^2}{4z^2 \cos^2 \delta} - \frac{(x + 2z \sin \delta)^2}{4z^2 \cos^2 \delta} = 1$$



Wierzchołek hiperboli jest przesunięty w kierunku przeciwnym do kierunku zapadania granicy. Uprozczone równanie hodografu ma postać:

$$t \approx t_0 \left[1 + \frac{(x^2 + 4xz \sin \delta)}{2V^2 t_0^2} \right]^{1/2}$$

Można zdefiniować poprawkę dynamiczną upadową:

$$\Delta T_d = t(+x) - t(-x) = \frac{2x \sin \delta}{V}$$

Dla małych kątów upadu ($\sin \delta \approx \delta$) możemy obliczyć kąt upadu:

$$\delta = \frac{V \cdot \Delta T_d}{2x}$$

Potrzebną w tym wzorze prędkość obliczamy używając uśrednionej poprawki kinematycznej (NMO)

$$\Delta T_0 = \frac{t(+x) + t(-x) - 2t_0}{2}$$

$$V \approx \frac{x}{\sqrt{2t_0 \Delta T_0}}$$

Metody interpretacyjne stosowane w sejsmice refleksyjnej

A. Metoda Greena (model dwuwarstwowy z poziomą granicą)

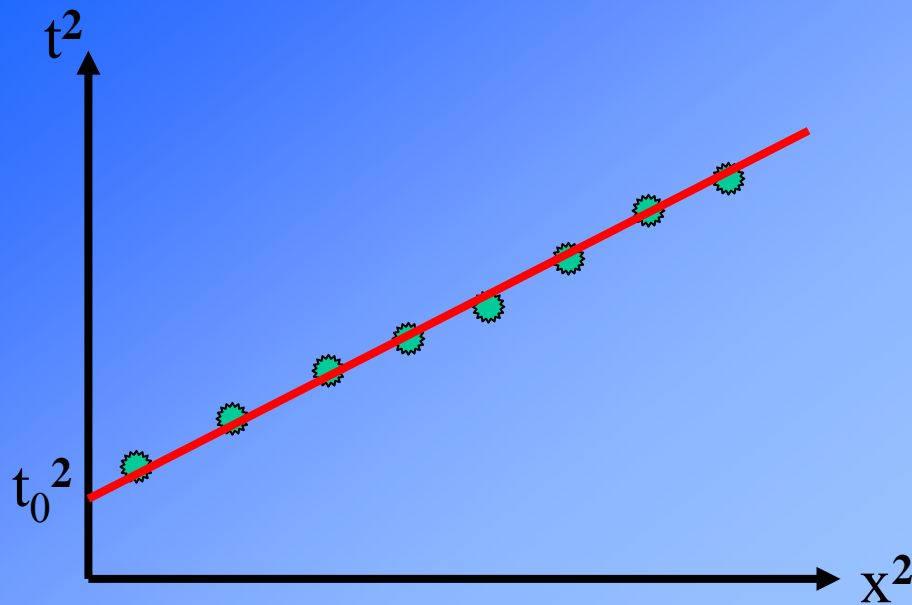
Po podniesieniu stronami do kwadratu równania hodografu otrzymuje się:

$$t^2 = \frac{x^2 + 4z^2}{V^2} = \frac{1}{V^2} x^2 + \frac{4z^2}{V^2}$$

Na wykresie w układzie $x^2 - t^2$ zależność ta przedstawia prostą, której nachylenie jest równe $1/V^2$, a przecięcie z osią czasu ($x=0$) zachodzi dla:

$$t_0^2 = \frac{4z^2}{V^2}$$

więc z wykresu możemy wyznaczyć prędkość fali oraz głębokość granicy



Odczytując z seismogramu czasy dojścia fali do poszczególnych geofonów nanosimy je na wykres, a następnie metodą najmniejszych kwadratów dopasowujemy linię prostą do punktów doświadczalnych. Stosując tą metodę minimalizujemy błędy wyznaczenia czasu dojścia i jednocześnie uśredniamy zróżnicowanie prędkości wywołane niejednorodnością ośrodka.

Metodę Greena można stosować także do układów wielowarstwowych zastępując prędkość interwałową w równaniu hodografu prędkością średnią.

B. Metoda Dixa (model wielowarstwowy z poziomymi granicami)

Wychodząc z definicji prędkości średniokwadratowej możemy zapisać równanie hodografu fali odbitej od n-tej granicy:

$$V_{RMS}^2 \sum_{i=1}^n \tau_i = \sum_{i=1}^n V_i^2 \tau_i$$

które możemy przekształcić rozkładając prawą stronę:

$$V_{RMS_n}^2 \sum_{i=1}^n \tau_i = \sum_{i=1}^{n-1} V_i^2 \tau_i + V_n^2 \tau_n = V_{RMS_{n-1}}^2 \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i + V_n^2 \tau_n$$

gdzie

$$V_{RMS_{n-1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} V_i^2 \tau_i}{\sum_{i=1}^{n-1} \tau_i}$$

Rozwiązując równanie względem V_n otrzymujemy:

$$V_n^2 = \frac{V_{RMS_n}^2 \sum_{i=1}^n \tau_i - V_{RMS_{n-1}}^2 \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i}{\tau_n}$$

Jeśli czas potrzebny na przejście fali od punktu wzbudzenia do i -tej granicy i ponownie do punktu wzbudzenia oznaczymy przez t_{0i} wówczas:

$$\tau_i = \frac{t_{0i} - t_{0i-1}}{2}$$

Łatwo zauważyć że:

$$\sum_{i=1}^n \tau_i = \frac{t_{0n}}{2}$$

Ostatecznie:

$$V_n^2 = \frac{V_{RMS_n}^2 t_{0n} - V_{RMS_{n-1}}^2 t_{0_{n-1}}}{t_{0n} - t_{0_{n-1}}}$$

Prędkości V_{RMSn}^2 i V_{RMSn-1}^2 wyznaczamy z nachylenia prostych na wykresach w układzie x^2 - t^2 przyjmując, że równanie hodografu fali odbitej od n-tej granicy ma postać:

$$t_n^2 = \frac{x^2 + 4h^2}{V_{RMSn}^2}$$

Uwzględniając zależność t_n od czasów t_{0n} i t_{0n-1} można na podstawie prędkości interwałowych wyliczyć miąższość n-tej warstwy:

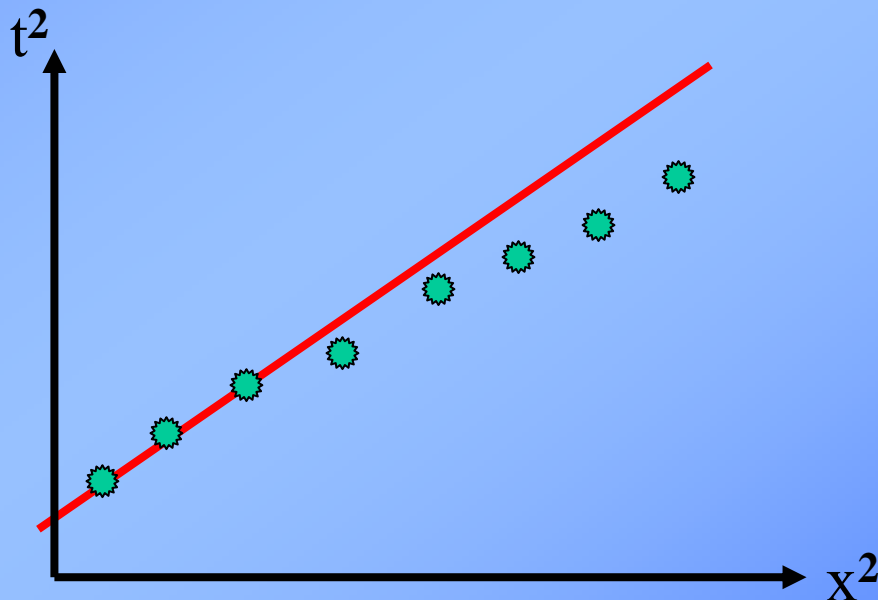
$$z_n = V_n \frac{t_{0n} - t_{0n-1}}{2}$$

oraz głębokość n-tej granicy refleksyjnej:

$$h_n = \sum_{i=1}^n V_i \frac{t_{0n} - t_{0n-1}}{2}$$

Ograniczenia metody Dix

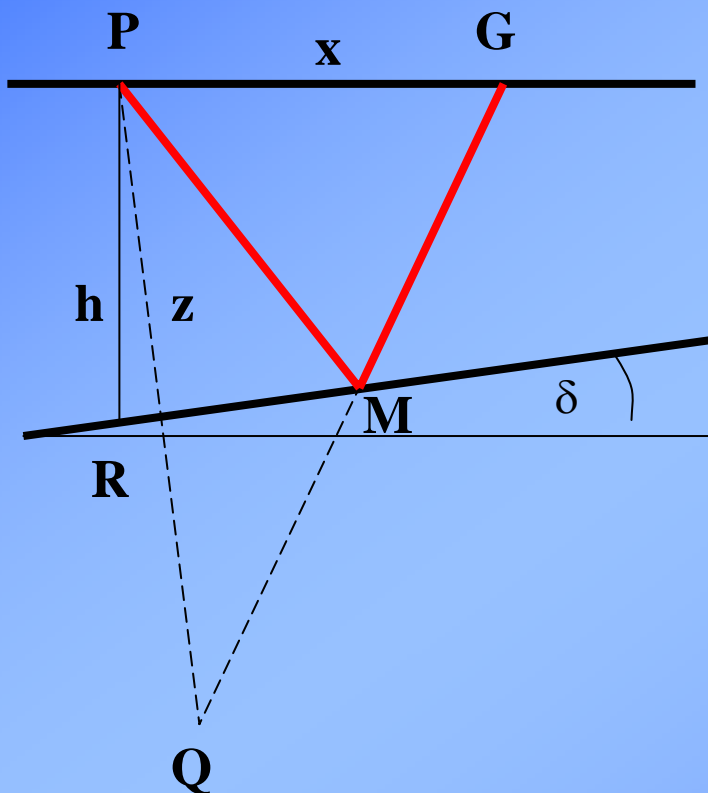
Jeśli wykreślimy zależność $x^2 - t^2$ dla fali odbitej od n-tej granicy refleksyjnej, punkty doświadczalne nie będą układać się na linii prostej. Odchylenie od prostej będzie tym wyraźniejsze im większa będzie długość rozstawu geofonów. Aby wyznaczyć V_{RMS} należy w tym przypadku wyznaczyć nachylenie linii stycznej do hodografu dla $x \rightarrow 0$.



Skuteczność metody Dixy można sprawdzić na modelu ośrodka wielowarstwowego. Wyznaczenie prędkości interwałowej i głębokości granic odbijających dla coraz niższych warstw jest coraz mniej dokładne. Dokładność interpretacji maleje także ze wzrostem długości rozstawu pomiarowego. Linie proste dopasowywane na wykresie ze wzrostem długości rozstawu charakteryzują się niższym nachyleniem (większą prędkością fali). Prowadzi to do nadinterpretacji zarówno prędkości fali jak i głębokości granic. Metoda Dixy jest jednak skuteczniejsza i dokładniejsza dla modeli wielowarstwowych niż metoda Greena, w której uśrednia się prędkość a nie jej kwadrat.

Metody interpretacyjne stosowane w sejsmice refleksyjnej dla nachylonych granic odbijających

A. Metoda t_{min}/t_0



Dla wyznaczenia równania hodografu fali refleksyjnej możemy wykorzystać punkt Q, zwany urojonym punktem wzbudzenia stanowiący obraz punktu wzbudzenia, gdy granica odbijająca działa jak zwierciadło płaskie. Odległość wzdłuż łamanej PMG zastępujemy długością odcinka QMG, którą obliczamy z twierdzenia cosinusów:

$$(QG)^2 = (PQ)^2 + (PG)^2 - 2 (PQ) \cdot (PG) \cos (90-\delta)$$

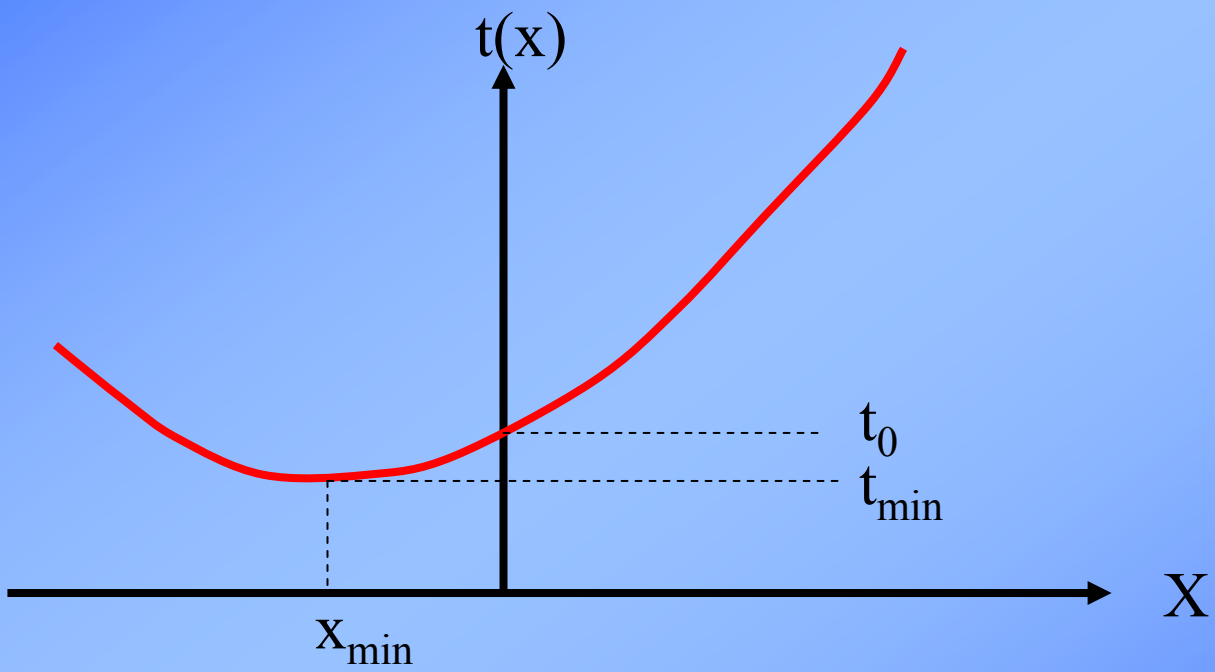
$$\text{gdzie: } PQ = 2z \quad PG = x \quad QG = l$$

$$\text{skąd: } l^2 = 4z^2 + x^2 - 4zx \sin \delta$$

Czas przejścia fali po drodze PMG będzie równy:

$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4z^2 - 4zx \sin \delta}}{v}$$

Jest to równanie hiperboli, której wierzchołek jest przesunięty względem $x = 0$.



Aby wyznaczyć położenie wierzchołka należy znaleźć minimum funkcji $t(x)$.

$$V^2 t^2 = x^2 + 4z^2 - 4zx \sin \delta$$

$$\frac{d(V^2 t^2)}{dx} = 2x - 4zx \sin \delta$$

$$2V^2 t \frac{dt}{dx} = 2x - 4zx \sin \delta$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x - 2z \sin \delta}{V^2 t} = 0$$

Rozwiązaniem równania jest:

$$x_{\min} = 2z \sin \delta$$

Rozwiązanie to wstawiamy do równania hodografu podniesionego stronami do kwadratu:

$$[t(x_{\min})]^2 = \frac{(2z \sin \delta)^2 + 4z^2 - 4z(2z \sin \delta) \sin \delta}{V^2} = \frac{4z^2 - 4z^2 \sin^2 \delta}{V^2} = \frac{4z^2(1 - \sin^2 \delta)}{V^2}$$

$$t_{\min} = t(x_{\min}) = \frac{2z \cos \delta}{V}$$

Dla $x=0$ hodograf przyjmuje wartość:

$$t_0 = t(0) = \frac{2z}{V}$$

Łącząc obie zależności można wyznaczyć kąt δ :

$$\frac{t_{\min}}{t_0} = \cos \delta \Rightarrow \delta = \arccos \frac{t_{\min}}{t_0}$$

Kierunek upadu warstwy określamy na podstawie znaku x_{\min} .
Jeśli oś X jest zorientowana zgodnie z kierunkiem wznoszenia się granicy wówczas x_{\min} ma wartość dodatnią.

Miaższość warstwy możemy przeliczyć na głębokość zalegania granicy pod punktem wzbudzenia:

$$z = \frac{x_{\min}}{2 \sin \delta} \quad \text{oraz} \quad h = \frac{z}{\cos \delta} = \frac{x_{\min}}{\sin 2\delta}$$

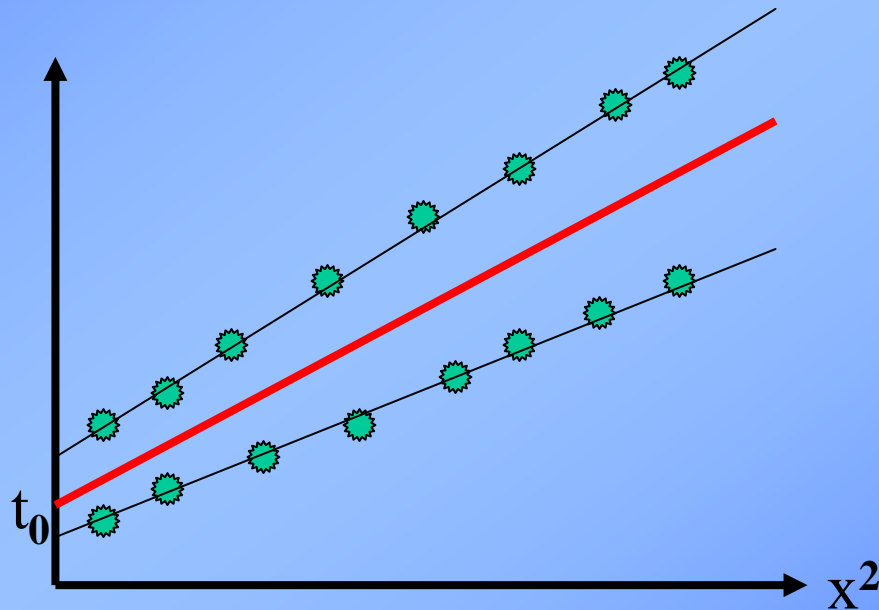
Znając t_0 oraz z możemy wyliczyć prędkość fali w warstwie:

$$V = \frac{2z}{t_0} = \frac{x_{\min}}{t_0 \sin \delta}$$

Aby móc zastosować metodę $t_{\min} - t_0$ należy w pomiarach stosować rozstaw obustronny z centralnie ulokowanym punktem wzbudzenia.

B. Metoda $x^2 - t^2$

Jeśli dla obustronnego rozstawu naniesiemy wartość $t(x)$ na wykres $x^2 - t^2$ wówczas w przypadku granicy nachylonej otrzymamy dwie gałęzie:



W tym przypadku można do interpretacji wykorzystać linię będącą sieczną obu gałęzi wykresu.

$$t^2(-x) + t^2(+x) = \frac{(-x)^2 + 4z^2 - 4(-x)z \sin \beta}{V^2} + \frac{(+x)^2 + 4z^2 - 4(+x)z \sin \beta}{V^2}$$
$$2t^2 = \frac{2x^2 + 8z^2}{V^2}$$

Równanie siecznej:

$$t^2 = \frac{x^2 + 4z^2}{V^2}$$

Sieczna reprezentuje hodograf fali odbitej od poziomej granicy, której głębokość jest równa odległości rzeczywistej, nachylonej granicy od punktu wzbudzenia.

Z nachylenia siecznej możemy wyznaczyć prędkość a następnie z wartości t_0 dla siecznej głębokość granicy z .

Podstawiając te wartości do równania hodografu $t(x)$ fali odbitej od nachylonej granicy dla określonego punktu odbioru x możemy wyznaczyć kąt nachylenia δ :

$$\sin \delta = \frac{x^2 + 4z^2 - V^2 t^2}{4zx} = \frac{x}{4z} + \frac{z}{x} - \frac{V^2 t^2}{4zx}$$

C. Metoda czasu ΔT_D

Odstęp czasowy pomiędzy czasem dojścia w punkcie x oraz $-x$:

$$\Delta T_D = t_{+x} - t_{-x}$$

Wychodząc z równania hodografu dla nachylonej granicy:

$$t_x = \frac{(x^2 + 4z^2 - 4xz \sin \delta)^{1/2}}{V}$$

oraz zależności:

$$t_0 = \frac{2z}{V}$$

dokonujemy przekształcenia:

$$t_x^2 = \frac{x^2}{V^2} + t_0^2 - \frac{4xz \sin \delta}{V^2}$$

$$t_x^2 = t_0^2 \left(1 + \frac{x^2 - 4xz \sin \delta}{V^2 t_0^2} \right)$$

otrzymując:

$$t_x = t_0 \left(1 + \frac{x^2 - 4xz \sin \delta}{4z^2} \right)^{1/2}$$

$$t_x = t_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 - 4xz \sin \delta}{4z^2} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{x^2 - 4xz \sin \delta}{4z^2} \right)^2 + \dots \right]$$

Ograniczamy szereg tylko do dwóch pierwszych wyrazów:

$$t_x = t_0 + \frac{x^2 - 4xz \sin \delta}{8z^2} t_0 = t_0 + \frac{x^2 - 4xz \sin \delta}{4zV}$$

i obliczamy ΔT_D :

$$\Delta T_D = t_{+x} - t_{-x} = \left(t_0 + \frac{(+x)^2 - 4z(+x) \sin \delta}{4zV} \right) - \left(t_0 + \frac{(-x)^2 - 4z(-x) \sin \delta}{4zV} \right)$$

$$\Delta T_D = -\frac{2x \sin \delta}{V}$$

Dla granicy nachylonej nie ma jednego czasu ΔT_N , możemy jednak zdefiniować $\overline{\Delta T_N}$

$$\overline{\Delta T_N} = \frac{t_{+x} + t_{-x} - 2t_0}{2} = \frac{x^2}{4zV}$$

Przyjmując za x długość połowy rozstawu równą „ l ” otrzymujemy układ trzech równań:

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{2z}{V} \\ \Delta T_D &= -\frac{2l \sin \delta}{V} \\ \overline{\Delta T_N} &= \frac{l^2}{4zV} \end{aligned}$$

z których wyliczyć możemy V , z oraz δ , a w dalszej kolejności głębokość h granicy odbijającej pod punktem wzbudzenia wyznaczając z hodografu fali odbitej t_0 , ΔT_D i ΔT_N

