Podstawy sejsmiki

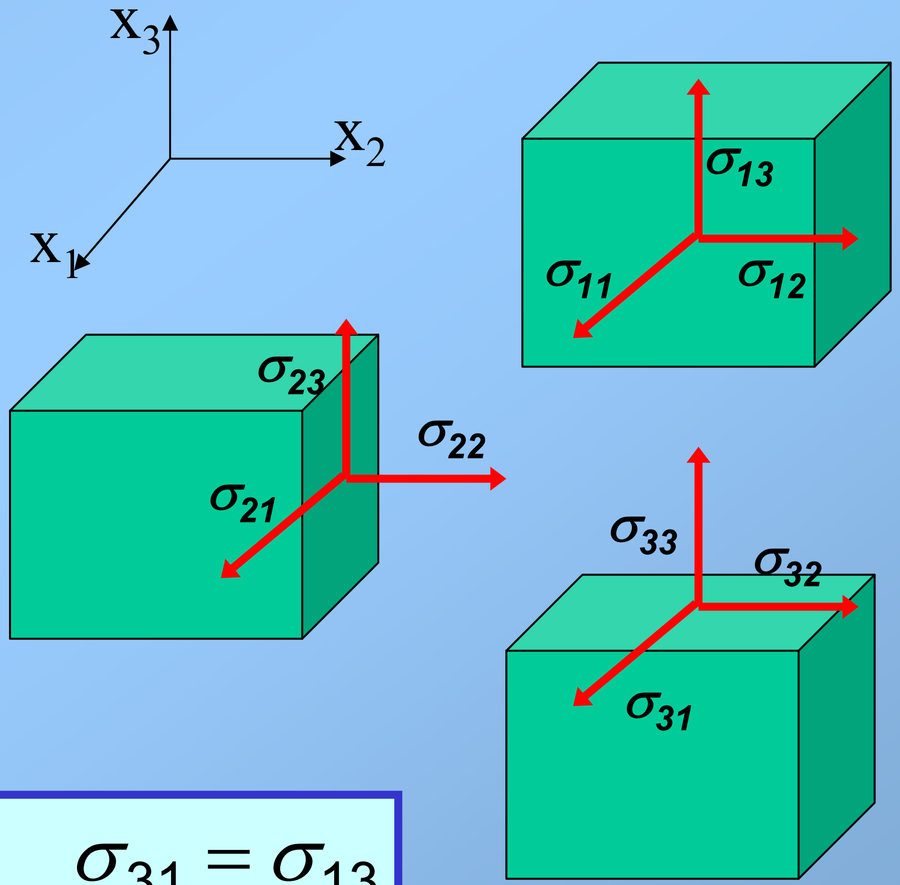
Naprężenie całkowite działające na nieskończenie mały element ośrodka ciągłego o objętości *dv* i powierzchni *ds* można opisać jeśli znamy rozkład naprężeń działających na ścianki tego elementu. Rozkład ten nazywamy tensorem naprężeń σ.

Znajomość tensora pozwala określić naprężenie w dowolnym kierunku charakteryzowanym wektorem jednostkowym n

$$\vec{\sigma}_n = \hat{\sigma} \circ \vec{\boldsymbol{n}}$$

Tensor naprężeń jest symetrycznym tensorem drugiego rzędu i zawiera dziewięć składowych, z których trzy opisują naprężenia działające prostopadle do trzech wzajemnie prostopadłych płaszczyzn rozpiętych pomiędzy osiami układu współrzędnych, a pozostałe sześć – trzy pary naprężeń stycznych do tych płaszczyzn.

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$



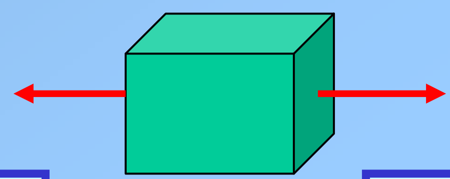
$$\sigma_{12} = \sigma_{21} \qquad \sigma_{23} = \sigma_{32} \qquad \sigma_{31} = \sigma_{13}$$

Naprężenia działające na wybrany element z zewnątrz równoważone przez działające, wewnętrzne siły spójności powodują, że element *dv* znajduje się w równowadze. Zmiana naprężeń zewnętrznych powoduje reakcję sił wewnętrznych i ustalenie się nowego stanu równowagi. Związane jest to ze zmianą wymiarów geometrycznych elementu, który nazywamy odkształceniem. Jeżeli naprężenia zewnętrzne będą zmieniać się w sposób ciągły również deformacja elementu zmieniać się będzie w sposób ciągły. Związek pomiędzy przyłożonym naprężeniem zewnętrznym a deformacją określony jest przez własności sprężyste ośrodka, charakteryzowane modułami sprężystości. Jeśli wartości naprężeń nie przekraczają pewnych wartości granicznych wówczas związki między naprężeniem a odkształceniem mają charakter liniowy. Odkształcenia znikają po ustąpieniu naprężeń. Tego typu odkształcenia nazywamy sprężystymi. Pod wpływem przyłożonego naprężenia może zmieniać się kształt, objętość lub obie te cechy odkształcanego elementu.

Odkształcenie liniowe:

przyłożone naprężenie – jednoosiowe normalne

boczne powierzchnie deformowanego elementu - swobodne

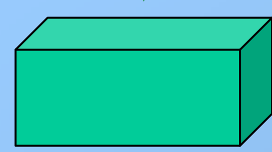


wydłużenie elementu w kierunku σ_n

skrócenie wymiarów w kierunkach prostopadłych

Wydłużenie dla danego σ_n zależy od wielkości nazywanej modułem sprężystości podłużnej (Younga):

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \sigma_n$$



Skrócenie boczne jest proporcjonalne do wydłużenia:

$$\frac{\Delta h}{h} = \nu \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

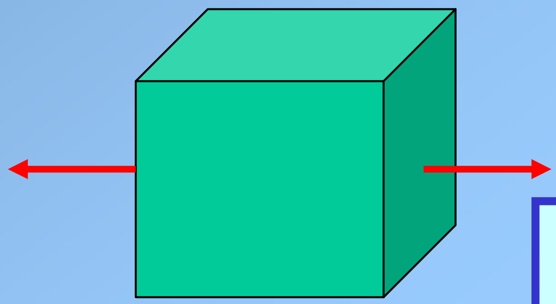
E - moduł Younga
Δl – wydłużenie
l – długość elementu

ν- współczynnik Poissona

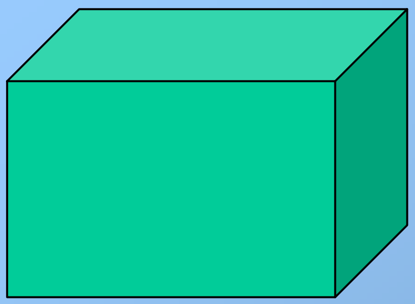
$$\nu \leq \frac{1}{2}$$

przyłożone naprężenie – jednoosiowe normalne

boczne powierzchnie deformowanego elementu – sztywno zamocowane



wydłużenie elementu w kierunku σ_n



Wydłużenie dla danego σ_n zależy od wielkości nazywanej modułem sprężystości jednoosiowej

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{\Psi} \cdot \sigma_n$$

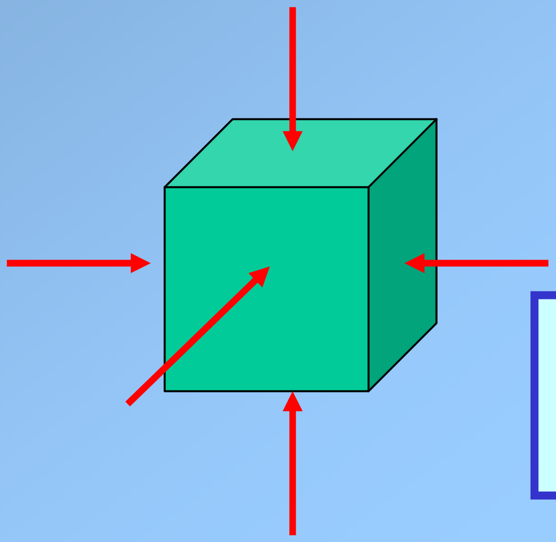
ψ- moduł sprężystości jednoosiowej;

Δl – wydłużenie

l – długość elementu

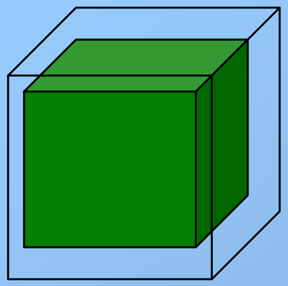
Odkształcenie objętościowe:

przyłożone naprężenia – normalne działające jednakowo ze wszystkich kierunków (naprężenia litostatyczne „p”)



izotropowa zmiana objętości ośrodka

Zmiana objętości dla danego *p* zależy od wielkości nazywanej modułem ściśliwości



$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{K} \cdot p$$

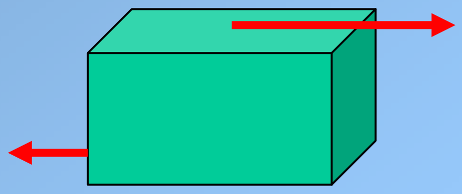
K – moduł ściśliwości

ΔV – zmiana objętości

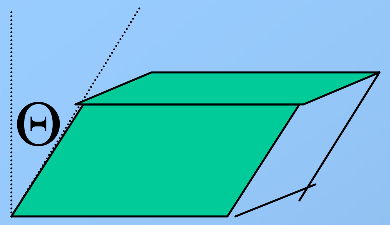
V – objętość elementu

Odkształcenie postaciowe:

przyłożone naprężenia – styczne σ_t
działające na parę przeciwległych ścianek elementu



odchylenie ścianki wybranego elementu



Zmiana kąta dla danego σ_t zależy od wielkości nazywanej modułem sztywności

$$\Theta = \frac{1}{G} \cdot \sigma_t$$

G – moduł sztywności

Θ – kąt odchylenia ścianki od jej początkowego położenia

W ośrodku izotropowym i jednorodnym do scharakteryzowania sprężystości ośrodka wystarczą dwa moduły sprężystości. Możemy wybrać dowolne dwa a pozostałe wyrazić jako ich funkcje np.:

dla *E* i ν:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \qquad \Psi = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

dla *K* i *G*:

$$\Psi = K + \frac{4}{3}G$$

- Przyłożenie naprężeń zewnętrznych w danym fragmencie ośrodka powoduje jego odkształcenie, które z kolei powoduje zmianę stanu naprężenia w sąsiedztwie.
- Zmiana naprężenia w jednym punkcie ośrodka sprężystego powoduje zmianę stanu naprężenia w całym ośrodku.
- Jeśli naprężenia zewnętrzne będą zmienne w czasie wówczas zmiany naprężeń wewnątrz ośrodka będą przemieszczały się w ośrodku z określoną prędkością.

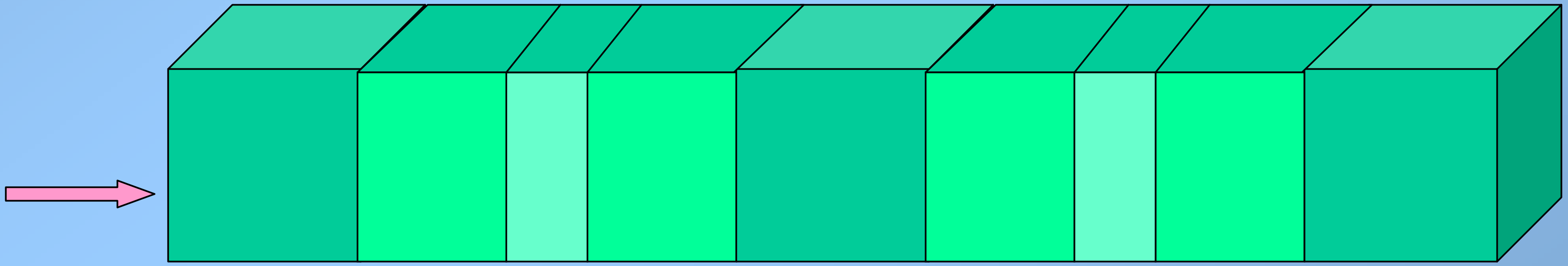
<u>Rozchodzenie się naprężeń w ośrodku nazywamy</u>

falą sprężystą

Fale podłużne P

Gdy przyłożone naprężenia zewnętrzne będą naprężeniami normalnymi wówczas w ośrodku rozchodzić się będą fale, powodujące deformacje o kierunku zgodnym z kierunkiem rozchodzenia się fali. Ich prędkość zależy od modułu ψ i gęstości ośrodka ρ:

$$V_p = \sqrt{\frac{\Psi}{\rho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$$

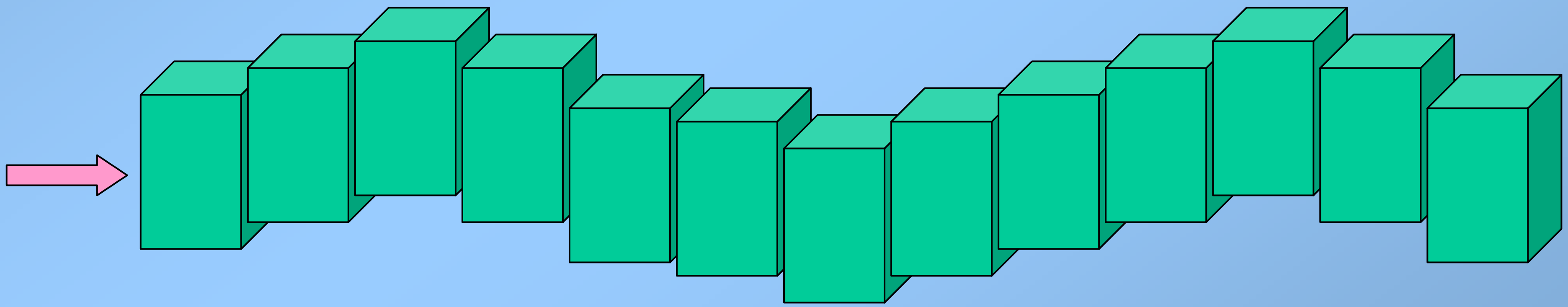


Rozchodząc się powodują one lokalne zwiększenie lub zmniejszenie gęstości ośrodka, nazywamy je zagęszczeniowo-rozrzedzeniowymi lub kompresyjno-dylatacyjnymi.

Fale poprzeczne S

Gdy przyłożone naprężenia zewnętrzne będą naprężeniami stycznymi wówczas w ośrodku rozchodzić się będą fale powodujące deformacje o kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali. Ich prędkość zależy od modułu sztywności G i gęstości ośrodka ρ :

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$



Rozchodząc się powodują one lokalne zmiany kształtu fragmentów ośrodka stąd nazywamy je falami odkształceniowymi.

Ośrodek jest nieograniczony

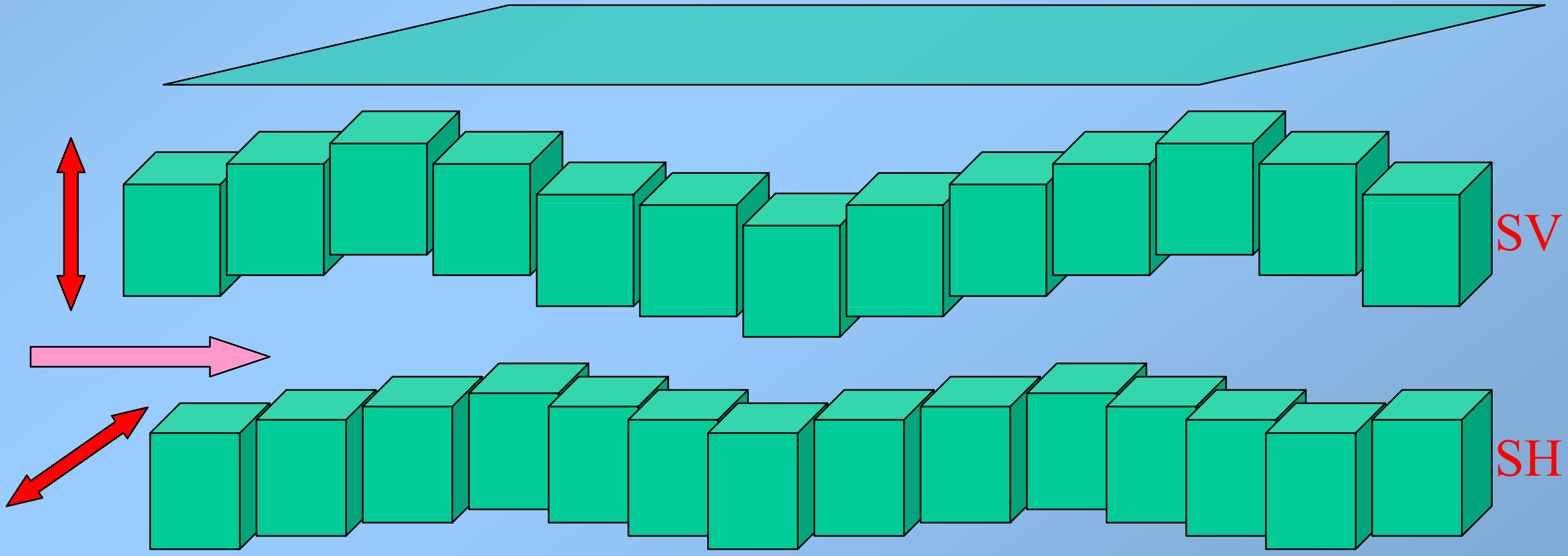
- rozchodzi się fala niespolaryzowana

(w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali możliwe jest nieskończenie wiele kierunków drgań)

Ośrodek jest półprzestrzenią ograniczoną płaszczyzną

- rozchodzą się dwie spolaryzowane fale poprzeczne:
  - o drganiach równoległych do płaszczyzny granicznej (SH)
  - o drganiach prostopadłych do płaszczyzny granicznej (SV)

Prędkość fali SV jest większa od fali SH

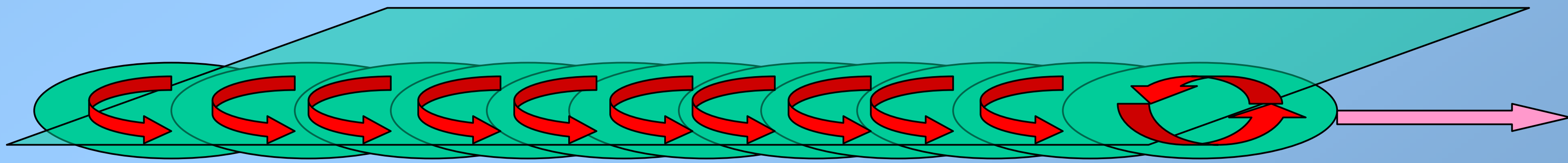


Fale powierzchniowe

W półprzestrzeni rozchodzą się fale charakteryzujące się złożonym ruchem drgającym elementów ośrodka, których amplituda maleje eksponencjalnie z odległością od płaszczyzny granicznej – fale powierzchniowe.

Fala Reyleigh'a (R)

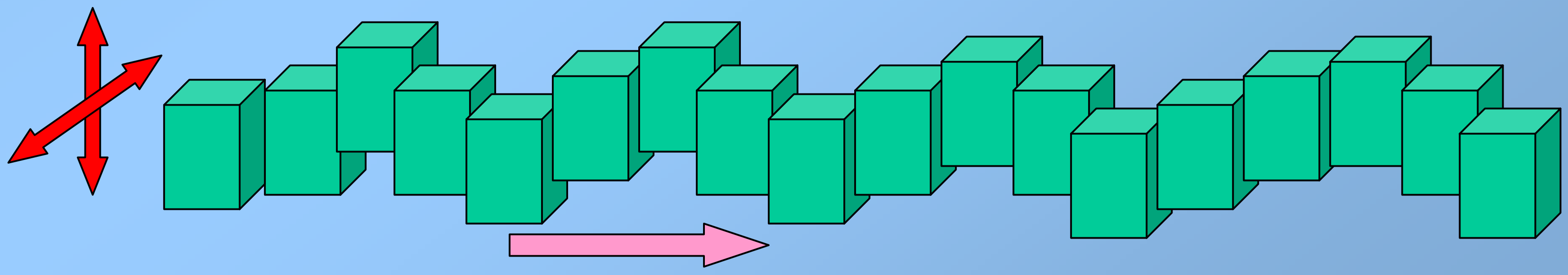
cząsteczki ośrodka poruszają się po elipsach prostopadłych do powierzchni granicznej a równoległych do kierunku propagacji fali



Prędkość fali R jest o ok. 10% mniejsza od prędkości fali S

Fala Love'a (L)

- Pojawia się przy granicy dwóch ośrodków, różniących się wartościami prędkości fali S.
- Rozchodzi się w ośrodku o mniejszej prędkości.
- Jej prędkość jest pośrednia pomiędzy prędkościami fal S w obu ośrodkach.
- W czasie propagacji fali drgania cząsteczek ośrodka są złożeniem dwóch prostopadłych ruchów drgających
  - równoległego do powierzchni granicznej,
  - prostopadłego do powierzchni granicznej.
- Oba drgania zachodzą w kierunku poprzecznym do kierunku fali.



Prędkości fal sejsmicznych w ośrodkach skalnych

Prędkości fal podłużnych są zawsze większe od prędkości fal poprzecznych. Stosunek zależy od współczynnika Poissona:

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}}$$

Średnia wartość ν dla skonsolidowanych skał wynosi ¼ stąd średnio:

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{3}$$

Stosunek V_P/V_S maleje ze stopniem konsolidacji skały, przykładowo:

- **dla gleb i nieskonsolidowanych skał – $V_S = 0{,}4\ V_P$**
- **dla skał osadowych zdiagenezowanych – $V_S = 0{,}5\ V_P$**
- **dla skał krystalicznych – $V_S = 0{,}6\ V_P$**

Ogólne prawidłowości dotyczące prędkości fal w ośrodkach skalnych

- ✓ **prędkości fal są zbliżone w różnych nieskonsolidowanych osadach nasyconych wodą**
- ✓ **skały zwietrzałe charakteryzują się niższą prędkością fal niż skały niezwietrzałe tego samego typu**
- ✓ **skały spękane cechuje niższa prędkość niż takie same skały niespękane**
- ✓ **prędkość fal P silnie rośnie z ciśnieniem nadkładu (głównie w zakresie 0-100 MPa, a później się stabilizuje)**
- ✓ **w piaskowcach i iłowcach prędkość fali P rośnie z głębokością ich zalegania i wiekiem**

Ogólne prawidłowości dotyczące prędkości fal w ośrodkach skalnych (c.d.)

- **obecność gazu w skałach osadowych zmniejsza współczynnik Poissona a więc i stosunek V_P/V_S**
- **obecność wody lub ropy w skałach osadowych na ogół nie zmienia prędkości fal P lecz może obniżać prędkość fal S a więc powodować wzrost stosunku V_P/V_S**
- **obecność ukierunkowanych systemów spękań powoduje anizotropię prędkości fal sejsmicznych, prędkości fal są większe w kierunku równoległym do biegu spękań, a mniejsze w kierunku prostopadłym**

Prawa sejsmiki geometrycznej

Prawa rządzące ruchem fal sprężystych w ośrodku skalnym są analogiczne do praw optyki geometrycznej

Zasada Huygensa

Każdy punkt ośrodka do którego dotrze fala staje się źródłem fali kulistej. W chwili „t” front fali tworzy obwiednia wszystkich fal generowanych przez punkty ośrodka.

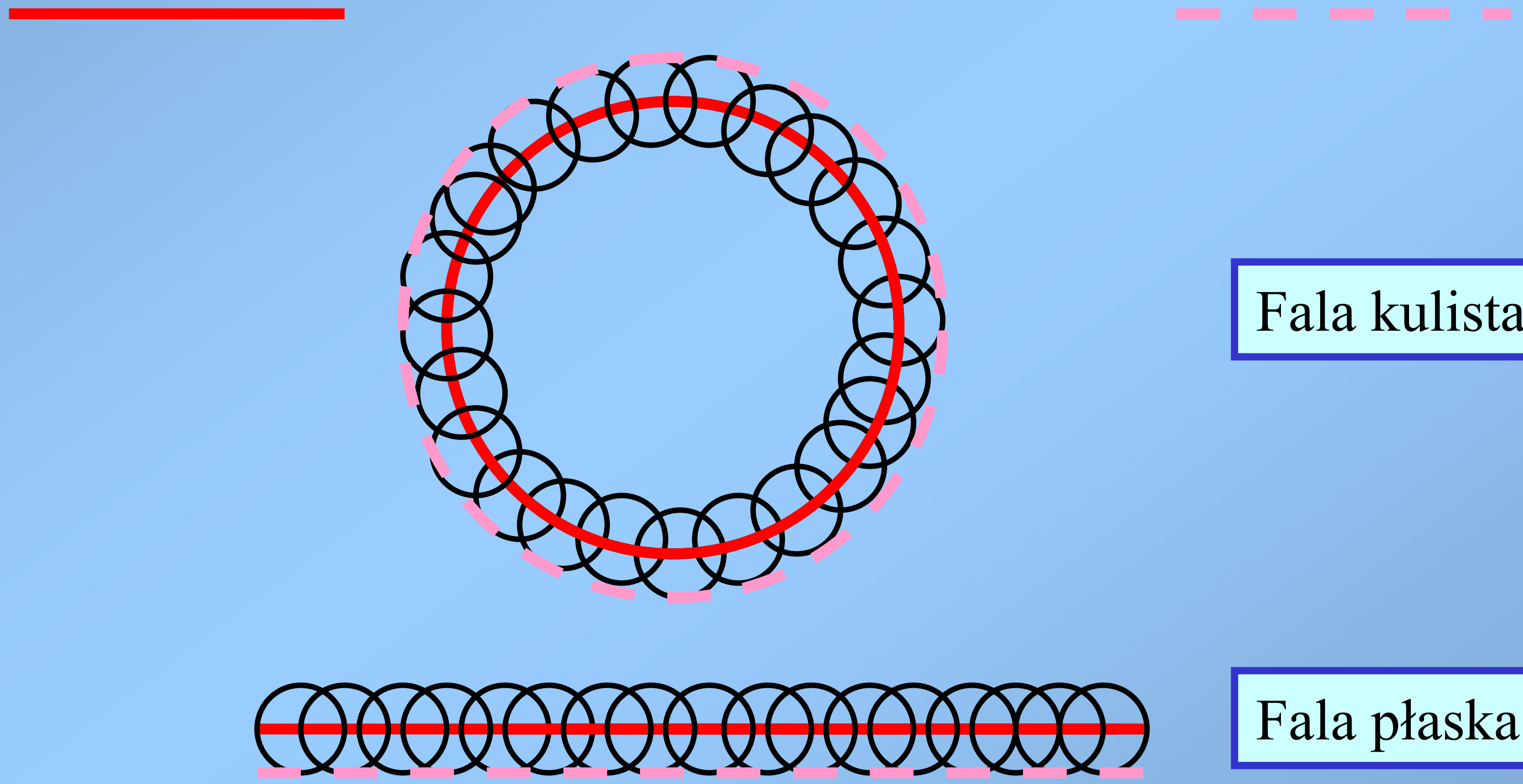
Zasada Fermata

Pomiędzy dwoma punktami ośrodka fala rozchodzi się po takiej drodze by czas propagacji był ekstremalny (najkrótszy lub najdłuższy).

Ilustracja zasady Huygensa

punkty do których dotarła fala

punkty które tworzą nowy front fali



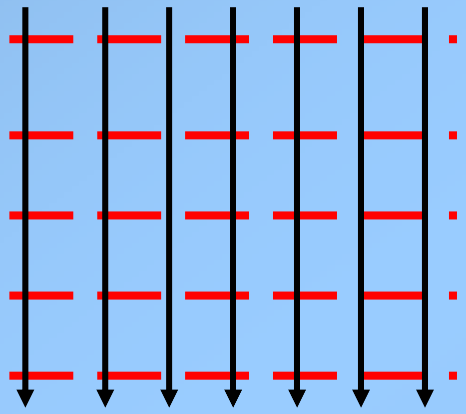
Fala kulista

Fala płaska

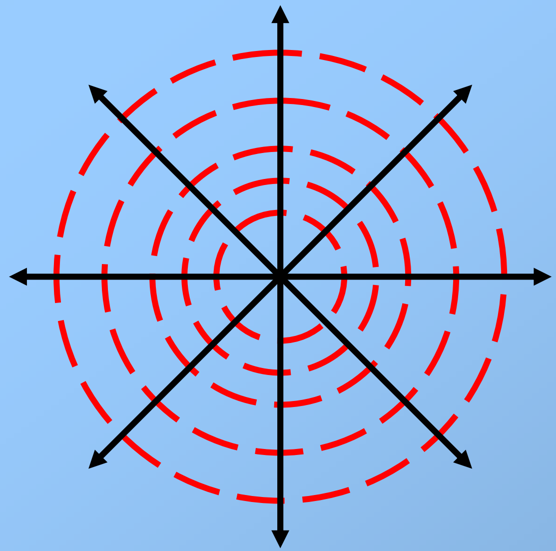
Gdy fala rozchodzi się ze źródła wzbudzenia cząsteczki ośrodka wykonujące drgania w tej samej fazie tworzą powierzchnię fazową.

Promieniem fali nazywamy linię wychodzącą z punktu wzbudzenia w każdym swym punkcie prostopadłą do określonej w tym punkcie powierzchni fazowej.

Fala płaska



Fala kulista



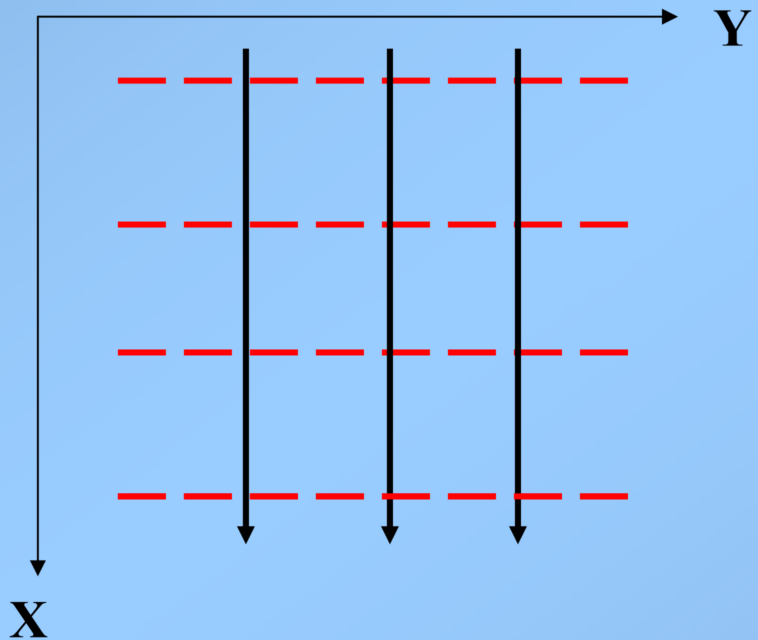
powierzchnia fazowa

promień fali

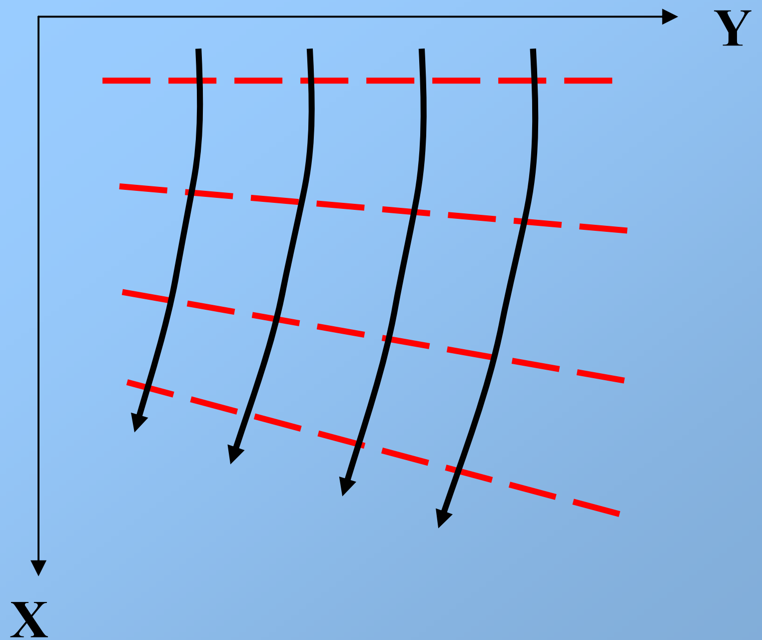
Konsekwencja zasady Fermata:

- w ośrodku w którym prędkość fali jest stała promień fali jest linią prostą,
- jeśli prędkość fali zmienia się od punktu do punktu to promień fali jest linią krzywą.

V= const



V= f(x,y)



Prawa odbicia i załamania fali

Prawa te ogólnie określa się mianem *praw Snelliusa*

Na granicy dwóch ośrodków różniących się własnościami sprężystymi fala dochodząca do granicy może ulec częściowo odbiciu a częściowo przejść przez granicę i propagować w drugim ośrodku.

Jeśli do granicy dotrze fala P lub S, na granicy tej zawsze generowane są oba typy fal tzn. zarówno fale podłużne jak i poprzeczne.

Sinus kąta pod jakim fala wychodzi z granicy zależy od sinusa kąta pod jakim fala pada na granicę i stosunku prędkości fali padającej i wychodzącej z granicy

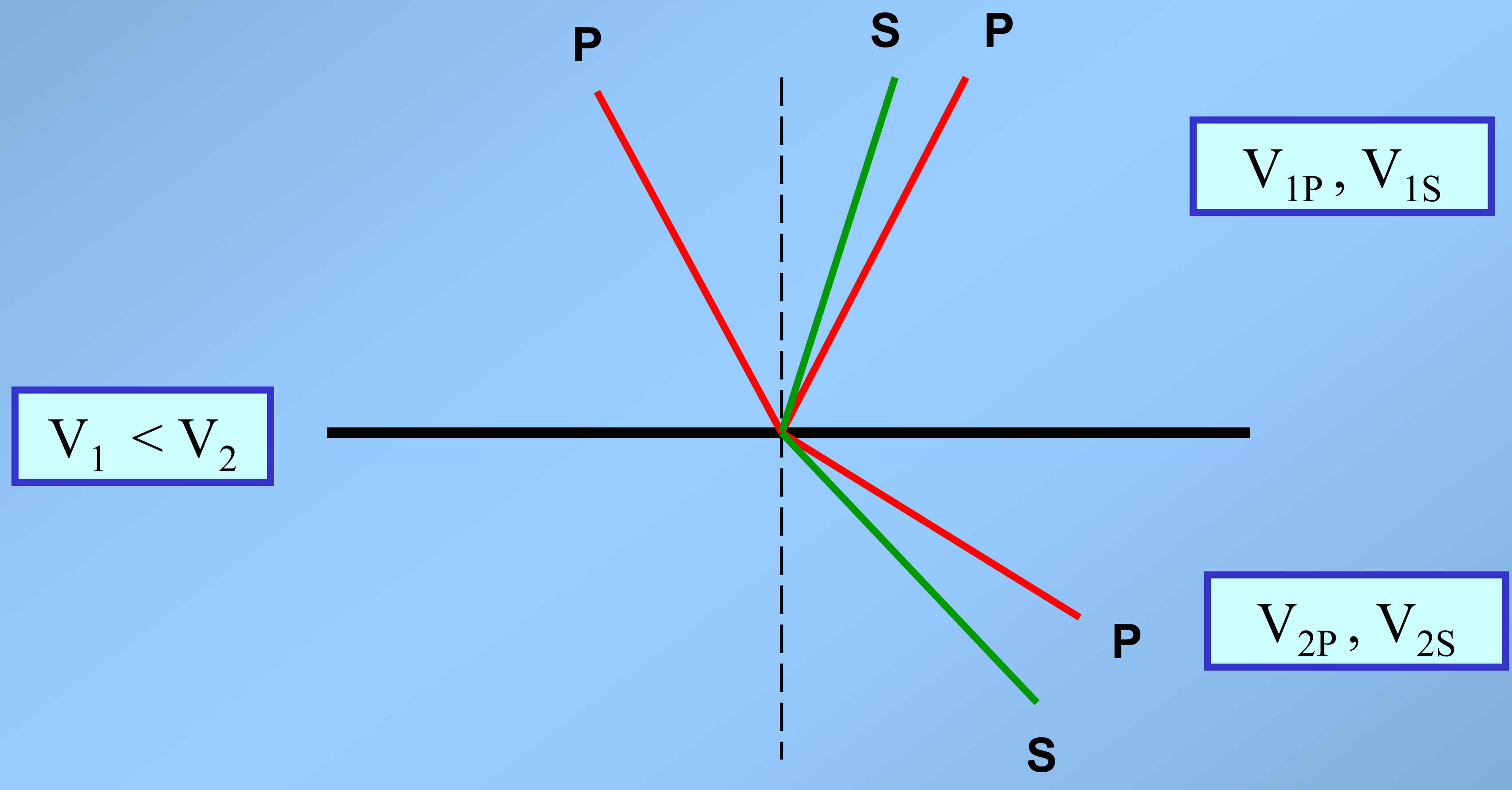
$$\frac{\sin\Theta}{V_p} = \frac{\sin\Theta'}{V_p'}$$

Θ - kąt padania V – prędkość fali padającej

Θ' - kąt wyjścia V' – prędkość fali wychodzącej

(kąty mierzone od normalnej do granicy)

Fala padająca na granicę pod kątem $\alpha \neq 0^o$



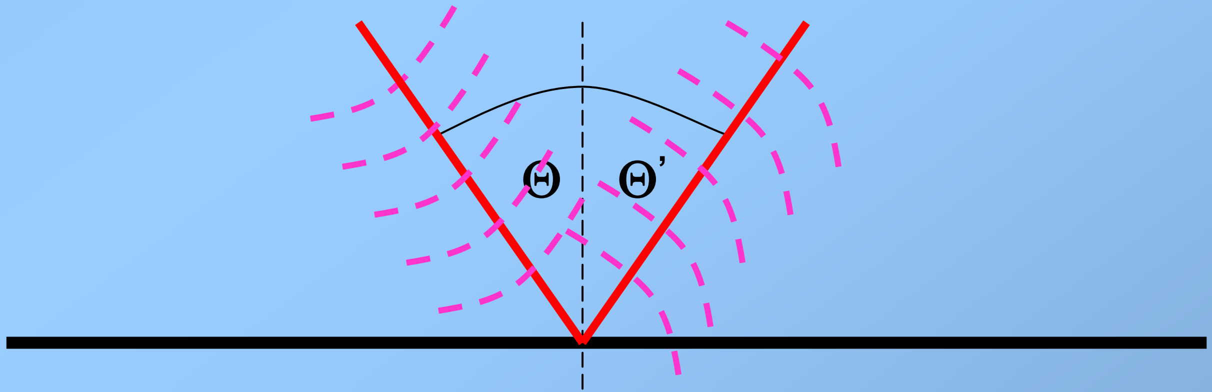
Fala odbita od granicy

1. fala padająca i fala odbita są tego samego typu (V = V')

$$\frac{\sin\Theta}{V_P} = \frac{\sin\Theta'}{V_P}$$

$$\frac{\sin\Theta}{V_S} = \frac{\sin\Theta'}{V_S}$$

$\Theta = \Theta'$ tzn. kąt padania równa się kątowi odbicia



Fala odbita od granicy

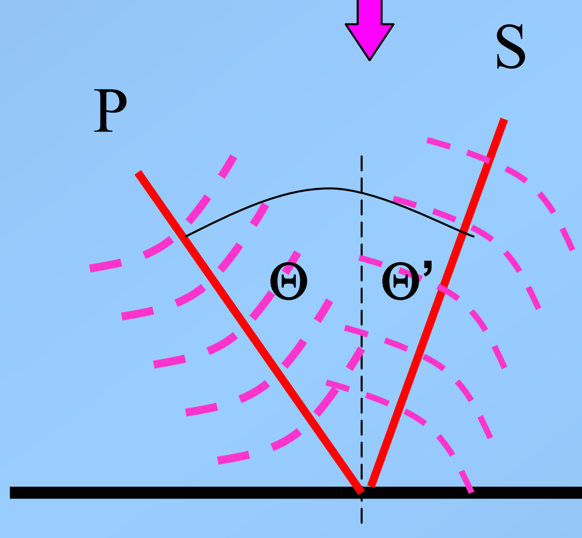
2. fala padająca i fala odbita są różnego typu (V ≠ V')

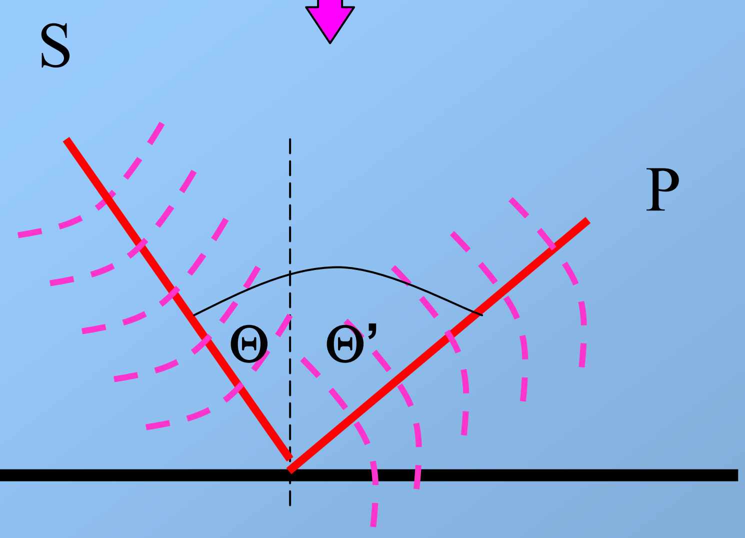
$$\frac{\sin\Theta}{V_P} = \frac{\sin\Theta'}{V_S}$$

$$\frac{\sin\Theta}{V_S} = \frac{\sin\Theta'}{V_P}$$

$V_S < V_P \Rightarrow \Theta' < \Theta$

$V_P > V_S \Rightarrow \Theta' > \Theta$





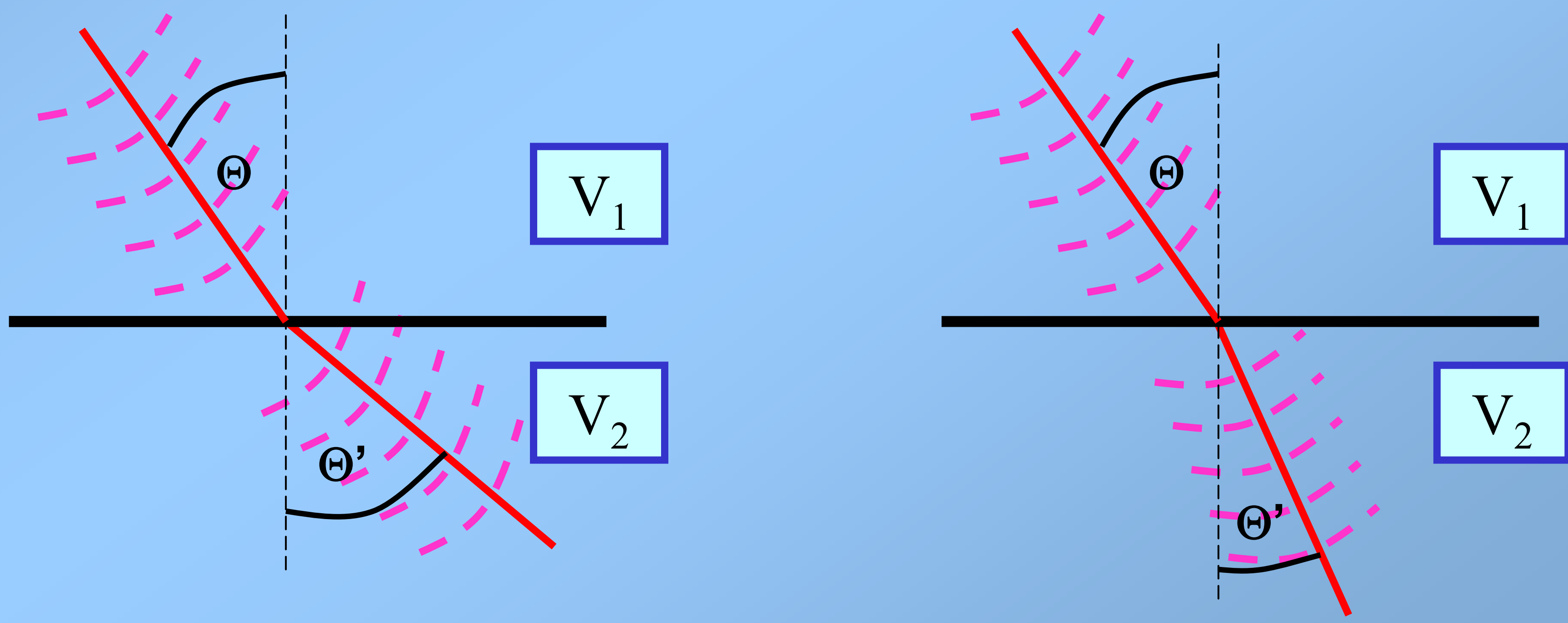
Fala załamana na granicy

Fala przechodzi przez granicę pomiędzy ośrodkami różniącymi się prędkościami fal sprężystych

$$\frac{\sin\Theta_1}{V_1} = \frac{\sin\Theta_2}{V_2}$$

$V_1 < V_2 \Rightarrow \Theta_1 < \Theta_2$
fala odchyla się w stronę granicy ośrodka

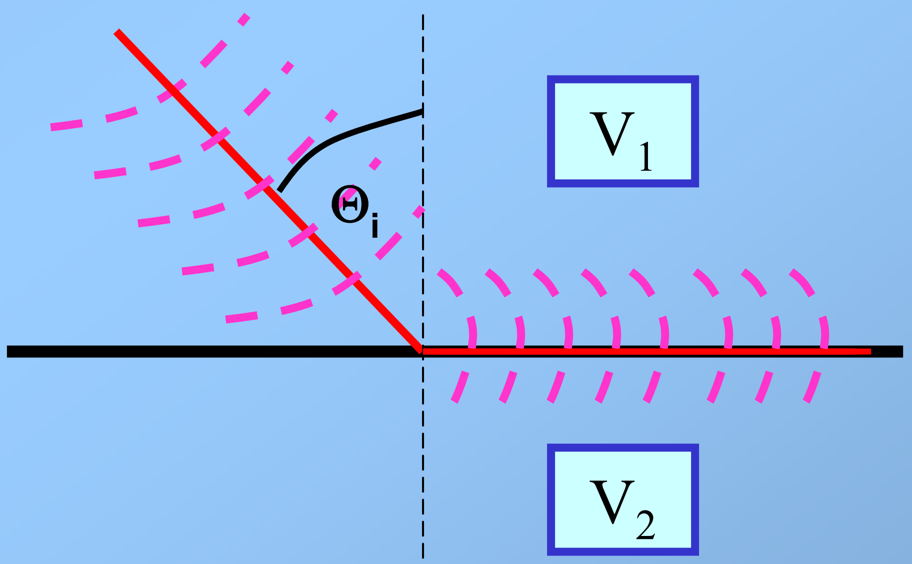
$V_1 > V_2 \Rightarrow \Theta_1 > \Theta_2$
fala odchyla się od granicy ośrodka



Fala załamana na granicy ugięcie krytyczne

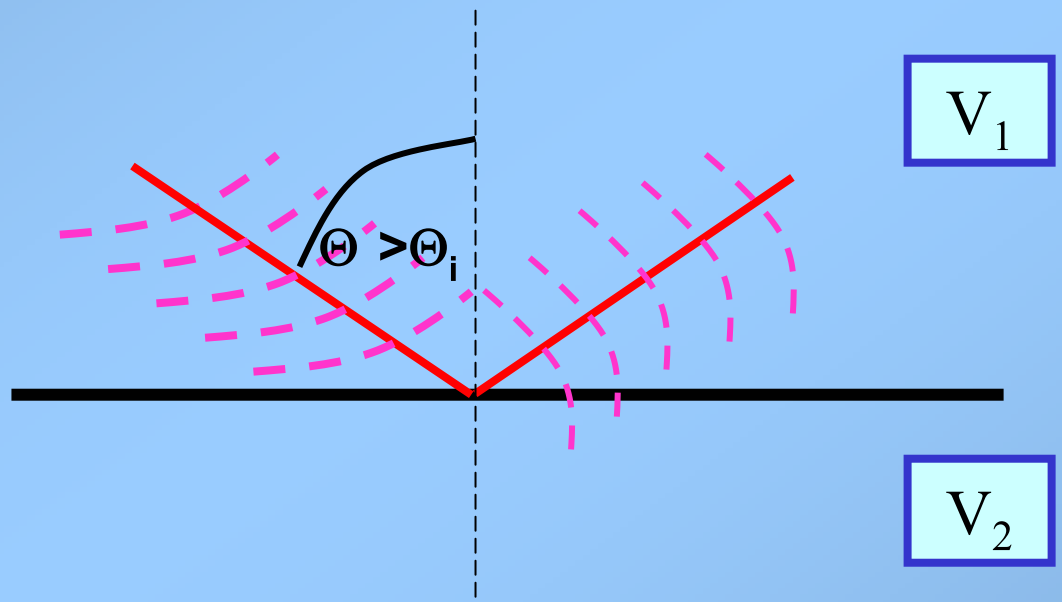
W przypadku przechodzenia fali z ośrodka o mniejszej prędkości do ośrodka o większej prędkości istnieje taki kąt Θ_1 zwany kątem krytycznym (Θ_i) przy którym kąt $\Theta' = 90^0$ (tzn. fala propaguje wzdłuż granicy ośrodków)

$$\frac{\sin\Theta_i}{V_1} = \frac{\sin 90^0}{V_2} \Rightarrow \sin\Theta_i = \frac{V_1}{V_2}$$



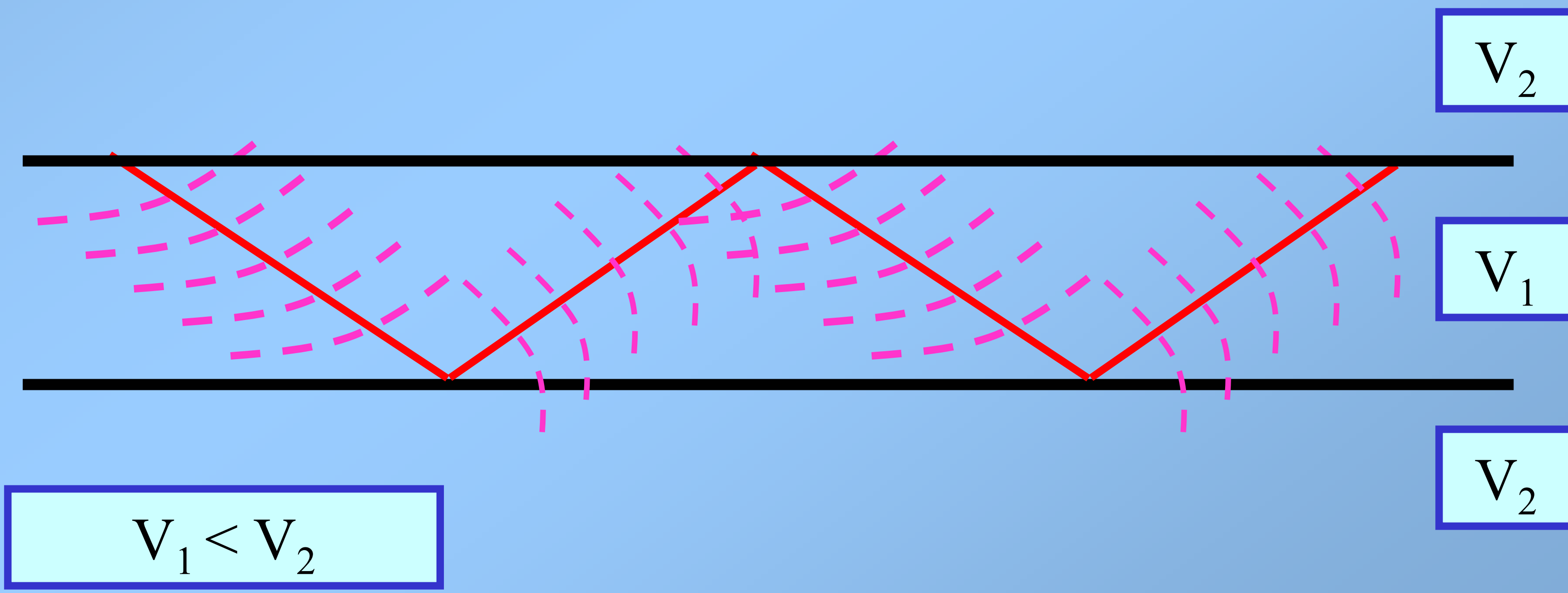
Całkowite wewnętrzne odbicie fali

Jeśli kąt padania Θ jest większy od Θ_i wówczas następuje tzw. całkowite wewnętrzne odbicie i fala nie przechodzi przez granicę dwóch ośrodków. Kąt padania równy jestkątowi odbicia.



Całkowite wewnętrzne odbicie fali – fala kanałowa

Szczególnie interesujący jest przypadek gdy ośrodek o mniejszej prędkości ograniczony jest dwoma płaszczyznami równoległymi, których odległość jest mała w porównaniu z długością wzbudzonej fali, a ośrodki otaczające charakteryzują się wyższymi prędkościami. Ośrodek o niższej prędkości działa wówczas jak falowód. Rozchodzi się w nim tzw. fala kanałowa.



Dystrybucja energii fali na granicy dwóch ośrodków

Fala padająca na granicę pod kątem $\alpha=0^o$

Impedancja akustyczna

Termin powstał przez analogię do impedancji elektrycznej. Impedancja akustyczna zdefiniowana jest jako iloczyn gęstości ośrodka i prędkości fali sprężystej w ośrodku :

$$Z = \rho \cdot V$$

Podobnie do zjawiska odbicia fali elektromagnetycznej na granicy dwóch ośrodków różniących się impedancją elektryczną w przypadku fal sprężystych padających prostopadle na granicę dwóch ośrodków warunkiem odbicia fali jest istnienie różnicy impedancji akustycznej obu ośrodków.

współczynnik odbicia R – stosunek amplitudy fali odbitej do amplitudy fali padającej

$$R = \frac{A_1}{A_0}$$

związek współczynnika R z impedancją akustyczną

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

Jeśli $Z_1 = Z_2$ wówczas fala nie ulega odbiciu lecz przechodzi w całości do ośrodka drugiego (R = 0).

Jeśli $Z_1 > Z_2$ odbicie następuje bez zmiany fazy fali (R > 0).

Jeśli $Z_1 < Z_2$ wówczas fala odbita przesunięta jest w fazie o 180^0 w stosunku do fali padającej (R < 0) .

współczynnik przepuszczania T - stosunek amplitudy fali przechodzącej do amplitudy fali padającej

$$T = \frac{A_2}{A_0}$$

związek współczynnika T z impedancją akustyczną

$$T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Jeśli $Z_1 = Z_2$ to współczynnik $T = 1$ i fala w całości przechodzi przez granicę.

Ponieważ energia przenoszona przez falę sprężystą jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy możemy także zdefiniować współczynnik odbicia i przechodzenia jako wielkość energii unoszonej przez falę odbitą i przechodzącą

$$R' = \frac{A_1^2}{A_0^2} = \left[\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right]^2$$

$$T' = \frac{A_2^2}{A_0^2} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

Współczynnik R równy będzie ±1 gdy jeden z ośrodków ma impedancję Z = 0. Oznacza to całkowite odbicie od powierzchni granicznej.

Sytuacja taka występuje gdy np. fala wzbudzona w głębi ośrodka skalnego propaguje do powierzchni i ulega prawie całkowitemu odbiciu od granicy z atmosferą, której ρ jest bardzo małe. Inny przykład to fala poprzeczna docierająca do granicy ośrodka ciekłego w którym $V_S = 0$.

Tłumienie fal sejsmicznych na drodze propagacji.

Tłumienie - spadek amplitudy fali sejsmicznej w czasie jej propagacji od źródła drgań.

Przyczyna - rozpraszanie energii wyzwolonej w źródle wzbudzenia i unoszonej przez powstające fale sprężyste

Dwie przyczyny rozpraszania energii:

- **zwiększenie pola powierzchni fazowych w miarę oddalania się od źródła drgań**
- **odkształcenia niesprężyste, powodujące przemianę części energii fali na ciepło.**

Ośrodki skalne nie są idealnie sprężyste, więc oprócz odkształceń sprężystych powstają w nich także odkształcenia niesprężyste

Tłumienie geometryczne

E - energia wyzwolona w źródle punktowym
ε - powierzchniowa gęstość energii w odległości r od źródła wynosi:

$$\varepsilon = \frac{\boldsymbol{E}}{4\pi \boldsymbol{r}^2}$$

Gęstość energii przenoszonej przez falę maleje z kwadratem odległości od źródła. Amplituda fali zależy od pierwiastka kwadratowego z gęstości energii więc maleje ona z odwrotnością odległości od źródła

$$A \sim \frac{1}{r}$$

Tłumienie niesprężyste

W wyniku niesprężystego rozpraszania energii amplituda fali maleje wykładniczo z odległością od źródła:

$$A = A \cdot e^{-\alpha r}$$

α – **współczynnik tłumienia**

Współczynnik tłumienia zależy od długości fali [$\alpha = \alpha(\lambda)$].

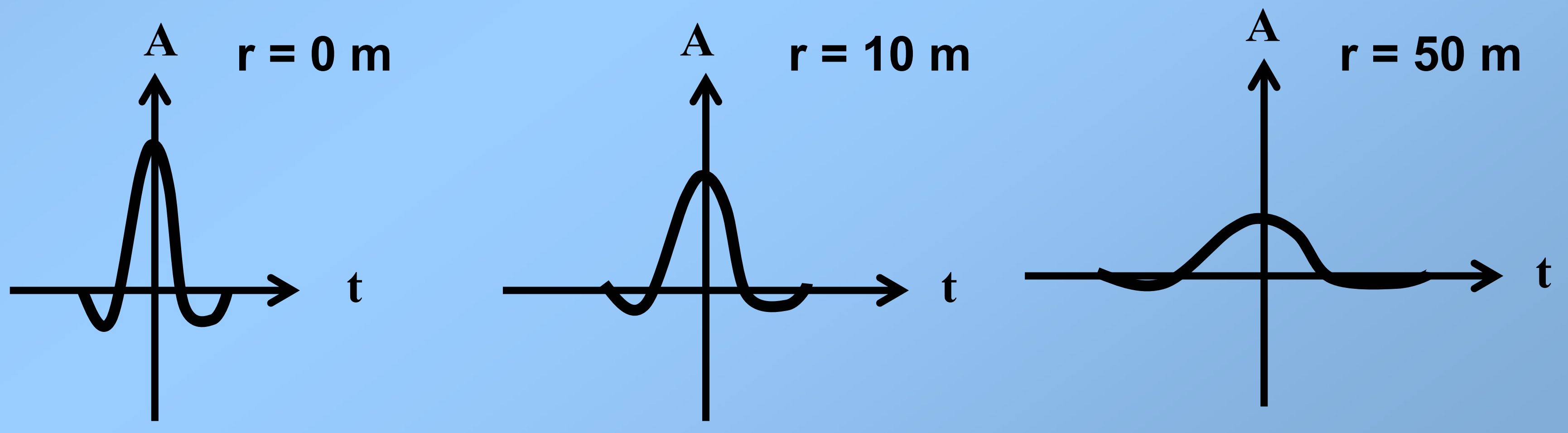
Można zdefiniować współczynnik absorbcji energii sprężystej β, niezależny od długości fali.

Współczynnik absorbcji wyraża spadek amplitudy fali mierzonej w decybelach na drodze równej długości fali sejsmicznej.

Współczynnik absorbcji dla większości skał zawiera się w przedziale 0.25 dB/λ do 0.75 db/λ.

- Jeśli absorbcja energii w jakimś ośrodku liczona na jednostkową długość fali jest stała to oznacza, że energia fal krótkich jest absorbowana szybciej niż fal długich.

- Efektem zróżnicowanego tłumienia fal o różnych częstotliwościach jest zmiana kształtu impulsu falowego. W miarę oddalania się od źródła amplituda impulsu maleje, natomiast wydłuża się czas jego trwania.



Przykład

Prędkość fali podłużnej w ośrodku wynosi $V_p = 2 \, {}^{km}\!/_{s}$

współczynnik absorbcji równy jest $\beta = 0.25 \, {}^{\mathbf{dB}}\!/_{\lambda}$

na drodze równej 200 m amplituda fali
o częstotliwości f= 10 Hz (długość fali $\lambda = \frac{V}{f} = 200m$)
zmaleje o 0.25 dB,

natomiast amplituda fali o częstotliwości 100 Hz
(długość fali 20 m) zmaleje o 2.5 dB.